

Exercices — Thème 3

Exercice 1 : Test recherche — projecteur dans un espace de Hilbert

Mots-clés : Hilbert, espace de Hilbert, projecteur, test recherche, postulat

Question. Soit \mathcal{H} un espace de Hilbert et P un projecteur orthogonal ($P^2 = P = P^\dagger$). On considère une mesure projective associée à P . Que donne une mesure sur un ket $|\psi\rangle$ déjà dans l'image de P ?

Indication

Relier à la probabilité $\langle\psi|P|\psi\rangle$ et au postulat de projection.

Solution

Si $|\psi\rangle \in \text{Im } P$, alors $P|\psi\rangle = |\psi\rangle$ et $\langle\psi|P|\psi\rangle = \|\psi\|^2 = 1$ (si $|\psi\rangle$ est normalisé). L'issue « oui » (associée à P) est donc certaine ; après mesure, l'état reste dans l'image de P .